

Модели развития сетевых рынков

А.А. Васин, Е.А.Дайлова

Конференция ЭКОМОД-2014

Москва 2014

Для многих рынков значимую роль играет сетевая структура. Производители и потребители находятся в разных узлах, при этом система перемещения товара между узлами имеет ограниченную пропускную способность. Сетевая составляющая в ценах — более 40% (Зубакин, 2014).

В работах (Давидсон М. Р. и др, 2004), (Hogan W., 1998) получены методы расчета конкурентного равновесия для сетевого рынка. В (Vasin A., Vasina P., 2006) определены возможные типы равновесий для двухузлового рынка при несовершенной конкуренции. При этом остается нерешенной задача поиска оптимальных параметров системы перемещения товара между рынками с точки зрения общественного благосостояния.

Модель двухузлового рынка

- ▶ A_i – множество фирм-производителей в i -ом узле, $i = 1, 2$
- ▶ $C^a(v)$ – функция полных затрат производителя a , $a \in A_i$
- ▶ $D_i(p)$ – функция спроса в узле i
- ▶ k – коэффициент потерь; Q – пропускная способность

Стратегией каждой фирмы-поставщика a является неубывающая функция предложения $R^a(p)$.

$\bar{c}_i$ – цены отсечения для изолированных рынков определяются из условий: $D_i(\bar{c}_i) = \sum_{a \in A_i} R^a(\bar{c}_i)$, $i = 1, 2$.

Если

$$\lambda^{-1} \leq \bar{c}_2 / \bar{c}_1 \leq \lambda, \text{ где } \lambda = (1 - k)^{-1}, \quad (1)$$

то рынки остаются изолированными, при этом узловые цены устанавливаются как на изолированных рынках.

Если $\bar{c}_2 / \bar{c}_1 > \lambda$, то системный оператор выбирает объем q перемещаемого товара (поток) из первого узла во второй.

Узловые цены и величина потока

При перемещении товара с первого рынка на второй узловые цены $p_1(q)$, $p_2(q)$ и величина потока q определяются из системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1(p_1) + q = \sum_{a \in A_1} R^a(p_1) \\ D_2(p_2) - (1 - k)q = \sum_{a \in A_2} R^a(p_2) \\ \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \lambda p_1(q) = p_2(q) \\ q \leq Q \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} p_2(q) > \lambda p_1(q) \\ q = Q \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Двухузловой рынок в условиях совершенной конкуренции

Оптимальная заявка в условиях совершенной конкуренции:

$$S_W^a(p) \stackrel{\text{def}}{=} \underset{v^a}{\text{Argmax}}(v^a p - C^a(v^a)), \quad S_{iW}(p) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{a \in A_i} S_W^a(p);$$

$\tilde{p}_i(Q)$, $i = 1, 2$ – узловые цены в зависимости от пропускной способности. Цены $\tilde{p}_i(0)$ определяются из условий:

$$D_i(\tilde{p}_i) = S_{iW}(\tilde{p}_i), \quad i = 1, 2.$$

Цены $\tilde{p}_1(Q)$ и $\tilde{p}_2(Q)$ при перемещении товара с первого рынка на второй определяются из системы

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1(p_1) + q = S_{1W}(p_1) \\ D_2(p_2) - (1 - k)q = S_{2W}(p_2) \\ \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \lambda p_1(q) = p_2(q) \\ q \leq Q \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} p_2(q) > \lambda p_1(q) \\ q = Q \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2)$$

Характеристики равновесия

Пусть функции $\tilde{p}_1^0(q)$ и $\tilde{p}_2^0(q)$ определяются из первого и второго уравнения системы (2) соответственно.

Утверждение (2.2.1)

Существует значение пропускной способности $\hat{Q}$, определяемое из условия $\tilde{p}_1^0(\hat{Q}) = (1 - k)\tilde{p}_2^0(\hat{Q})$, такое, что при $Q < \hat{Q}$ на рынке будет равновесие, для которого

$$q = Q, \quad \tilde{p}_i(Q) = \tilde{p}_i^0(Q), \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

$$\tilde{p}_1(Q) < (1 - k)\tilde{p}_2(Q). \quad (4)$$

При $Q > \hat{Q}$ равновесие отвечает условиям:

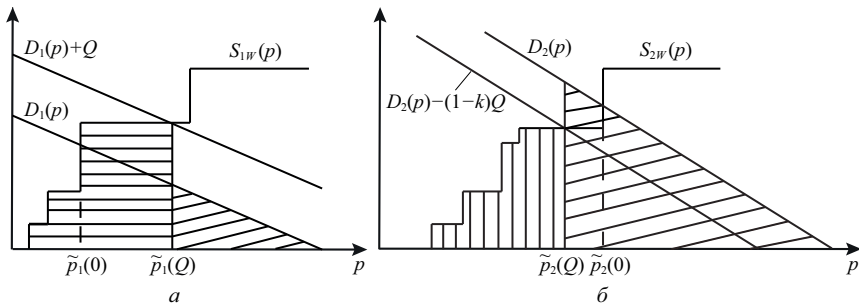
$$q = \hat{Q} < Q, \quad \tilde{p}_i(Q) = \tilde{p}_i^0(\hat{Q}), \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

Общественное благосостояние $W(Q)$

$W(Q) = \text{Pr}_1(Q) + \text{Pr}_2(Q) + \text{CS}_1(Q) + \text{CS}_2(Q) + \text{PrT}(Q)$, где

- ▶ $\text{Pr}_i(Q) = \sum_{a \in A_i} (\tilde{p}_i(Q) S_W^a(\tilde{p}_i(Q)) - C^a(S_W^a(\tilde{p}_i(Q)))) =$
 $= \int_0^{\tilde{p}_i(Q)} S_{iW}(p) dp$ – прибыль производителей на i -ом рынке,
- ▶ $\text{CS}_i(Q) = \int_{\tilde{p}_i(Q)}^{\infty} D_i(p) dp$ – выигрыш потребителей на i -ом рынке,
- ▶ $\text{PrT}(Q) = \tilde{p}_2(Q)(1 - k)Q - \tilde{p}_1(Q)Q$ – прибыль транспортной системы.

Прибыль производителей и выигрыш потребителей



Затраты, связанные с созданием СПТ:

$$OC(Q) = \begin{cases} 0, & \text{если } Q = 0, \\ c_f + c_v(Q), & \text{если } Q > 0, \end{cases}$$

где $c_f > 0$ – фиксированные затраты, не зависящие от пропускной способности; $c_v(Q)$ – переменные затраты, $c_v(0) = 0$, эта функция выпукла и монотонно возрастает по Q .
Функция полного общественного благосостояния $TW(Q)$ с учетом затрат имеет вид $TW(Q) = W(Q) - OC(Q)$.

Утверждение (2.3.1)

Для производной функции $W(Q)$ справедливо представление:
 $W'(Q) = (1 - k)\tilde{p}_2(Q) - \tilde{p}_1(Q)$. Функция $W(Q)$ вогнута и
монотонно возрастает при $Q \leq \hat{Q}$.

Утверждение (2.3.2)

Если $(1 - k)\tilde{p}_2(0) - \tilde{p}_1(0) \leq c'_v(0)$, то оптимальное значение
пропускной способности $Q^* = 0$. В противном случае
локальный максимум достигается при значении Q^{*L} , которое
определяется из условия $(1 - k)\tilde{p}_2(Q^{*L}) - \tilde{p}_1(Q^{*L}) = c'_v(Q^{*L})$ и
удовлетворяет неравенству $Q^{*L} < \hat{Q}$. Если $TW(Q^{*L}) < TW(0)$,
то $Q^* = 0$. Если выполнено обратное неравенство, то $Q^* = Q^{*L}$.

Кто должен платить за создание СПТ?

Изменение выигрышей отдельных агентов при перетоке товара с первого рынка на второй:

Первый рынок: $\Delta Pr_1 > 0, \Delta CS_1 < 0.$

Второй рынок: $\Delta Pr_2 < 0, \Delta CS_2 > 0.$

Прибыль транспортной системы: $\tilde{p}_2(Q^*)(1-k)Q^* - \tilde{p}_1(Q^*)Q^*.$

Двухузловой рынок с несколькими линиями передач

L – конечное множество линий передачи, соединяющих рынки 1 и 2.

Каждая линия $l \in L$ характеризуется исходной пропускной способностью Q_0^l и функцией затрат $OC^l(Q^l)$ на увеличение пропускной способности с Q_0^l до $Q^l > Q_0^l$: $OC^l(Q_0^l) = 0$, $OC^l(Q^l) = c_f^l + c_v^l(Q^l - Q_0^l)$ при $Q^l \neq 0$, где $c_v^l(\Delta Q^l)$ – выпуклая возрастающая функция, задающая переменные затраты, $c_v^l(0) = 0$; c_f^l – постоянные затраты. Общая пропускная способность: $Q = \sum_{l \in L} Q^l$.

Задача максимизации общественного благосостояния:

$$\vec{Q}^* = \{Q^{l*}, l \in L\} = \operatorname{Argmax}_{(Q^l, l \in L)} \left\{ W\left(\sum_{l \in L} Q^l\right) - \sum_{l \in L} OC^l(Q^l) \right\},$$

где функция $W(Q)$ определяется, как в главе 2.

Пусть $\bar{L}$ – фиксированное множество линий, пропускная способность которых увеличена, то есть $\Delta Q' \stackrel{\text{def}}{=} Q' - Q'_0 > 0$. Тогда исходная задача сводится к нахождению

$$\max_{\vec{Q}} \{ W(\sum_{I \in \bar{L}} Q' + \sum_{I \notin \bar{L}} Q'_0) - \sum_{I \in \bar{L}} c'_v(\Delta Q') \}. \quad (6)$$

Решение $\vec{Q}^*(\bar{L})$ может быть найдено из следующих условий первого порядка:

$$\forall I \in \bar{L} \quad \text{если} \quad \Delta Q'^* > 0, \quad \text{то} \quad c'_v(\Delta Q'^*) = W'(\sum_{I \in L} Q'_0 + \sum_{I \in \bar{L}} \Delta Q'^*),$$

$$\text{если} \quad \Delta Q'^* = 0, \quad \text{то} \quad c'_v(0) \geq W'(\sum_{I \in L} Q'_0 + \sum_{I \in \bar{L}} \Delta Q'^*).$$

Пусть $TW(\bar{L})$ – максимум общественного благосостояния для задачи (6).

Утверждение (3.1.1)

Пусть $L' \subset \bar{L}$ и выполнено следующее условие:

$TW(L') \geq TW(\bar{L})$. Тогда существует L^* такое, что $\bar{L} \not\subset L^*$.

Алгоритм Шаг 1. Положим $\mathfrak{L}_1 = \{I : TW(I) > TW(\emptyset)\}$. Шаг $k = 2, 3, \dots$ Пусть уже определены множества $\mathfrak{L}_{k-1}$ наборов $L_{k-1} = \{l_1, \dots, l_{k-1}\}$ из $k - 1$ элементов, таких что $TW(L_{k-1}) > TW(\bar{L})$ для любого $\bar{L} \subset L_{k-1}$. Теперь определим множество $\mathfrak{L}_k$ наборов L_k из k элементов, таких что для любого $L_{k-1} \subset L_k$ выполняются следующие условия:
 $L_{k-1} \in \mathfrak{L}_{k-1}$ и $TW(L_{k-1}) < TW(L_k)$.

Утверждение (3.1.2)

Для каждого множества $\mathfrak{L}_k$ рассмотрим максимальные наборы $(l_1, \dots, l_k)$, такие что для любого l_{k+1} набор $(l_1, \dots, l_{k+1})$ не принадлежит $\mathfrak{L}_{k+1}$. Выберем среди них оптимальный $(\vec{l}^k)^*$ и найдем $k^* = \operatorname{argmax}_k TW((\vec{l}^k)^*)$. Указанный набор $(\vec{l}^{k^*})^*$ и будет соответствовать решению исходной задачи.

Сетевые структуры с несколькими узлами

N – множество узлов, $L \subseteq N \times N$ – множество ребер; пусть $k_l = 0$, $l \in L$. При заданном $\vec{Q} = \{Q^l, l \in L\}$ цены конкурентного равновесия $p_i(\vec{Q})$, $i \in N$, определяются из системы

$$\forall i \in N \quad S_{iW}(p_i) = D_i(p_i) + q_i,$$

$$\forall i, j \in N \quad |q_{ij}| \leq Q_{ij},$$

$$\text{если } p_j > p_i, \quad \text{то } q_{ij} = Q_{ij},$$

где $q_i = \sum_{j \in N \setminus \{i\}} q_{ij}$, q_{ij} – поток из узла i в узел j , $q_{ji} = -q_{ij}$.

$\vec{Q}^* = \{Q^{l*}, l \in L\} = \text{Argmax}_{(Q^l, l \in L)} \{W^N(\vec{Q}) - \sum_{l \in L} OC^l(Q^l)\}$,
где $W^N(\vec{Q}) = \sum_{i \in N} CS_i^N(\vec{Q}) + \sum_{i \in N} Pr_i^N(\vec{Q}) + T^N(\vec{Q})$,
 $CS_i^N(\vec{Q})$, $Pr_i^N(\vec{Q})$ определяются, как в главе 2 с заменой $\tilde{p}_i(Q)$
на $p_i(\vec{Q})$; $T^N(\vec{Q}) = \sum_{(i,j): p_j(\vec{Q}) > p_i(\vec{Q})} (p_j(\vec{Q}) - p_i(\vec{Q})) Q_{ij}$.

Утверждение (3.2.1)

В равновесии рынок разбивается на $m \in \{1, \dots, |N|\}$ субрынков так, что на каждом субрынке $i = 1, \dots, m$ устанавливается единая цена $p(i)$ и все ограничения пропускной способности на ребрах, связывающих различные субрынки, являются активными.

Если при исходном векторе $\vec{Q}_0$ в равновесии $m = 1$, то сеть является оптимальной.

Пусть в исходном состоянии $\vec{Q}_0$ рынок разбивается на 2 субрынка и равновесные цены удовлетворяют неравенству $p(1) < p(2)$. Пусть $\hat{L} = L^{12}$ – множество ребер, соединяющих субрынки 1 и 2, N^r – множество узлов, принадлежащих субрынку r , $\hat{S}^r(p) = \sum_{i \in N^r} S_{iW}(p)$, $\hat{D}^r(p) = \sum_{i \in N^r} D_i(p)$ – функции общего спроса и предложения для субрынка $r = 1, 2$.

Сетевой рынок с двумя субрынками

Рассмотрим задачу оптимизации передающей сети для двухузлового рынка $\hat{M}$ с указанными параметрами $\hat{L}$, $\hat{S}^r(p)$, $\hat{D}^r(p)$. Пусть решению соответствуют значения $\hat{Q}^{l*}$, $l \in L^{12}$ и цены $p^*(1) < p^*(2)$.

Рассмотрим задачу поиска конкурентного равновесия для субрынков 1 и 2 при заданной структуре потоков $\vec{Q}^{12*} = (\hat{Q}^{l*}, l \in L^{12})$ без учета ограничений на перетоки внутри субрынков.

Цены конкурентного равновесия $p(l)(\vec{Q}^{12*})$ и потоки внутри субрынков $q_{ij}(\vec{Q}^{12*})$, $i, j \in N^l$, $l = 1, 2$, определяются из системы

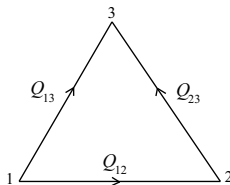
$$\forall i \in N_1 \quad S_{iW}(p(1)) = D_i(p(1)) + \sum_{j \in N_1 \setminus \{i\}} q_{ij} + \sum_{j \in N_2} \hat{Q}_{ij}^*, \quad (7)$$

$$\forall i \in N_2 \quad S_{iW}(p(2)) = D_i(p(2)) + \sum_{j \in N_2 \setminus \{i\}} q_{ij} - \sum_{j \in N_1} \hat{Q}_{ij}^*. \quad (8)$$

Утверждение (3.2.2)

Пусть существует решение задачи (7)-(8) для субрынков, при котором потоки q_{ij}^* , $i, j \in N^l$, $l = 1, 2$, удовлетворяют ограничениям $q_{ij}^* \leq Q_{ij}^0$. Тогда решение задачи для двухузлового рынка $\hat{M}$ соответствует оптимальной сетевой структуре для исходного рынка.

Сетевая структура с 3 субрынками



Для решения оптимизационной задачи необходимо на первом шаге рассмотреть следующие варианты: оптимизация по а) линии Q_{13} , б) Q_{23} , в) Q_{12} , г) по линиям Q_{12} и Q_{23} одновременно. Если оптимизация по Q_{13} оказалась невыгодной, то необходимо выбрать оптимальный вариант из б)-г). В противном случае на втором шаге необходимо рассмотреть комбинации, включающие Q_{13} и эффективные варианты из б)-г).

Рынок с последовательным соединением узлов в условиях совершенной конкуренции

- n узлов последовательно соединены линиями передачи.
- Линия, соединяющая узлы i и $i + 1$, характеризуется пропускной способностью Q_{ii+1} и коэффициентом потерь k_{ii+1} .
- A_i – множество производителей, принадлежащих узлу i ,
- $D_i(p)$ – суммарная функция спроса в узле i ,
- $S_{iW}(p)$ – суммарная функция предложения Вальраса в узле i .
- $\Delta S_i(p) \stackrel{\text{def}}{=} S_{iW}(p) - D_i(p)$.
- Пусть q_{ii+1} – поток по линии, соединяющей рынки i и $i + 1$.
- Если $q_{ii+1} > 0$, то поток идет из узла i в узел $i + 1$; если $q_{ii+1} < 0$, то в обратную сторону.

Система для расчета конкурентного равновесия

$$\Delta S_1(p_1) = \alpha_{12}^1 q_{12}, \quad (9)$$

$$\Delta S_2(p_2) = -\alpha_{12}^2 q_{12} + \alpha_{23}^2 q_{23}, \quad \dots, \quad (10)$$

$$\Delta S_i(p_i) = -\alpha_{(i-1)i}^i q_{(i-1)i} + \alpha_{i(i+1)}^i q_{i(i+1)}, \quad \dots, \quad (11)$$

$$\Delta S_n(p_n) = -\alpha_{(n-1)n}^n q_{(n-1)n}, \quad (12)$$

$$|q_{ii+1}| \leq Q_{ii+1},$$

если $q_{ii+1} > 0$, то $\alpha_{i(i+1)}^i = 1$ и $\alpha_{i(i+1)}^{i+1} = 1 - k_{ii+1}$,

если $q_{ii+1} < 0$, то $\alpha_{i(i+1)}^i = 1 - k_{ii+1}$ и $\alpha_{i(i+1)}^{i+1} = 1$,

если $p_i < (1 - k_{ii+1})p_{i+1}$, то $q_{ii+1} = Q_{ii+1}$,

если $(1 - k_{ii+1})p_i > p_{i+1}$, то $q_{ii+1} = -Q_{ii+1}$,

если $1 - k_{ii+1} < \frac{p_i}{p_{i+1}} < (1 - k_{ii+1})^{-1}$, то $q_{ii+1} = 0$.

Равновесие с неактивными ограничениями пропускной способности

Сначала рассмотрим случай: $k_{ii+1} = 0$, $i = 1, \dots, n - 1$.
В равновесии без активных ограничений на всех рынках установится единая цена $\tilde{p}(0)$:

$$\sum_{i=1}^n \Delta S_i(\tilde{p}(0)) = 0.$$

Двигаясь от узла i к узлу $i + 1$, найдем $\tilde{q}_{12}(0) = \Delta S_1(\tilde{p}(0))$, $\tilde{q}_{23}(0) = \Delta S_2(\tilde{p}(0)) + \tilde{q}_{12}$, $\tilde{q}_{34}(0) = \Delta S_3(\tilde{p}(0)) + \tilde{q}_{23}$ и т.д.
Направление потока между узлами i и $i + 1$ определяется знаком $\tilde{q}_{ii+1}(0)$. Если пропускные способности $Q_{ii+1} > |\tilde{q}_{ii+1}(0)|$, то структура потоков не изменится.

Перейдем к рассмотрению модели с потерями

$\vec{k} = (k_{i+1}, i = \overline{1, n-1})$. Положим

$$\beta_1 := 1, \quad \beta_2 := \frac{\alpha_{12}^1}{\alpha_{12}^2}, \dots, \beta_i := \frac{\alpha_{12}^1}{\alpha_{12}^2} \cdot \frac{\alpha_{23}^2}{\alpha_{23}^3} \dots \frac{\alpha_{(i-1)i}^{i-1}}{\alpha_{(i-1)i}^i}, \quad i = \overline{3, n}.$$

Тогда для узловых цен справедливо: $p_i = \beta_i p_1, i = \overline{1, n}$.

Соотношение для определения p_1 : $\sum_{i=1}^n \beta_i \Delta S_i(\beta_i p_1) = 0$.

Тогда равновесные потоки $\tilde{q}_{i+1}(\vec{k})$ определяются по цепочке :

$$q_{12}(\vec{k}) = (\alpha_{12}^1)^{-1} \Delta S_1(\tilde{p}_1(\vec{k})),$$

$$q_{23}(\vec{k}) = (\alpha_{23}^1)^{-1} (\Delta S_2(\tilde{p}_2(\vec{k})) + \alpha_{12}^2 \tilde{q}_{12}(\vec{k})),$$

$$q_{34}(\vec{k}) = (\alpha_{23}^1)^{-1} (\Delta S_3(\tilde{p}_3(\vec{k})) + \alpha_{23}^3 \tilde{q}_{23}(\vec{k})) \text{ и так далее.}$$

Утверждение (3.3.1)

Если пропускные способности достаточно велики, то есть $Q_{ii+1} > |\tilde{q}_{ii+1}(\vec{k})|$, $i = \overline{1, n-1}$, а коэффициенты потерь достаточно малы, то структура потоков в конкурентном равновесии будет такая же, как при $Q_{ii+1} = \infty$, $i = \overline{1, n-1}$ и $k_{ii+1} = 0$.

Утверждение (3.3.2)

Пусть цены изолированных рынков $p_i(0)$, определяемые из условий $\Delta S_i(p_i(0)) = 0$, $i = \overline{1, n}$, удовлетворяют соотношениям: $p_i(0) < (1 - k_{ii+1})p_{i+1}(0)$, $i = \overline{1, n-1}$. Тогда при любых значениях пропускных способностей линий, соединяющих рынки p_i с p_{i+1} , $i = \overline{1, n-1}$, потоки будут ориентированы в направлении от узла 1 к узлу n .

Модель Курно для двухузлового рынка

Стратегией производителя a является его объем производства $v^a \in [0, V^a]$. Пусть $\vec{v}_i = (v^a, a \in A_i)$ – набор стратегий производителей на рынке i . Цены на изолированных рынках p_i^0 определяются из условий: $p_i^0(\vec{v}_i) = D_i^{-1}(\sum_{a \in A_i} v^a)$, $i = 1, 2$. Узловые цены p_1 , p_2 и величина потока q определяются из системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1(p_1) + q = \sum_{a \in A_1} v^a \\ D_2(p_2) - (1 - k)q = \sum_{a \in A_2} v^a \\ \left[\begin{array}{l} \lambda p_1 = p_2 \\ q \leq Q \\ p_2 > \lambda p_1 \\ q = Q \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Равновесие типа А

Перемещения товара с одного рынка на другой не происходит и на рынках устанавливаются цены p_1^* и p_2^* , такие что $\lambda^{-1} < p_2^*/p_1^* < \lambda$.

Условия первого порядка:

$$v^{a*} \in (p_i^* - C^{a'}(v^{a*}))|D_i'(p_i^*)|, \text{ для любого } a \in A_i \text{ такого,}$$

$$\text{что } C^{a'}(0) < p_i^*, i = 1, 2; \quad (13)$$

$$v^{a*} = 0 \text{ при } C^{a'}(0) \geq p_i^*. \quad (14)$$

Функция предложения Курно $S_C^a(p)$ производителя a определяется при $p > 0$ как решение системы (13)-(14);
 $S_{iC}(p) = \sum_{a \in A_i} S_{iC}^a(p)$. Равновесные цены p_i^* определяются из баланса спроса и предложения: $S_{iC}^a(p_i^*) = D_i(p_i^*)$, $i = 1, 2$.

Равновесие типа B_{1-2}

Происходит перемещение товара с первого рынка на второй, причем $q \in (0, Q)$ и $\lambda p_1^* = p_2^*$. Спрос для производителей на первом рынке при малом изменении цены равен

$$D_1(p_1) + \lambda(D_2(\lambda p_1) - \sum_{a \in A_2} v^a).$$

Поэтому на первом рынке установится цена p_1^b , такая что

$$\sum_{a \in A_1} v^a = D_1(p_1^b) + \lambda(D_2(\lambda p_1^b) - \sum_{a \in A_2} v^a).$$

Условия первого порядка для производителей $a \in A_1$:

$v^{a*} \in (p_1^{*b} - C^{a'}(v^{a*}))|D'_1(p_1^{*b}) + \lambda^2 D'_2(\lambda p_1^{*b})|$, если $C^{a'}(0) < p_i^{*b}$,

$$v^{a*} = 0 \text{ при } C^{a'}(0) \geq p_i^{*b}$$

задают отображение $S_{1C1-2}^a(p)$ – функцию предложения Курно при объединенном рынке для производителя с первого рынка.

Для производителей на втором рынке спрос составляет

$$D_2(\lambda p_1) + 1/\lambda(D_1(p_1) - \sum_{a \in A_1} v^a).$$

Условия первого порядка для производителей $a \in A_2$:

$$v^{a*} \in (\lambda p_1^{*b} - C^{a'}(v^{a*})) |D_2'(\lambda p_1^{*b}) + D_1'(p_1^{*b})/\lambda^2|, \text{ если } C^{a'}(0) < p_i^{*b},$$

$$v^{a*} = 0 \text{ при } C^{a'}(0) \geq p_2^{*b}$$

задают отображение $S_{2C1-2}^a(p)$ – функцию предложения Курно при объединенном рынке для производителя со второго рынка; $S_{iC1-2}(p) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{a \in A_i} S_{iC1-2}^a(p)$, $i = 1, 2$.

Равновесная цена p_1^{*b} определяется из условия:

$$S_{1C1-2}(p_1^{*b}) + \lambda S_{2C1-2}(\lambda p_1^{*b}) \ni D_1(p_1^{*b}) + \lambda D_2(\lambda p_1^{*b})$$

Равновесие типа C_{1-2}

Происходит перемещение товара из первого узла во второй, причем $q = Q$ и $\lambda p_1^* < p_2^*$.

Условия первого порядка такие же, как для изолированных рынков:

$$v^{a*} \in (p_i^* - C^{a'}(v^{a*})) | D_i'(p_i^*) |, \text{ для любого } a \in A_i \text{ такого,}$$

$$\text{что } C^{a'}(0) < p_i^*, i = 1, 2;$$

$$v^{a*} = 0 \text{ при } C^{a'}(0) \geq p_i^*.$$

На каждом рынке в равновесии предложение балансирует спрос:

$$S_{1C}^a(p_1^*) = D_1(p_1^{*c}) + Q,$$

$$S_{2C}^a(p_2^*) = D_2(p_2^{*c}) - \lambda^{-1} Q.$$

Равновесие типа D_{1-2}

$q = Q$ и $\lambda p_1^* = p_2^*$. Условие первого порядка :

$$\begin{aligned} S_{1C}^a(p_1^{*d}) &\leq v^{a*} \leq S_{1C1-2}^a(p_1^{*d}), \quad a \in A_1, \\ S_{2C1-2}^a(p_2^{*d}) &\leq v^{a*} \leq S_{2C}^a(p_2^{*d}), \quad a \in A_2. \end{aligned} \quad (15)$$

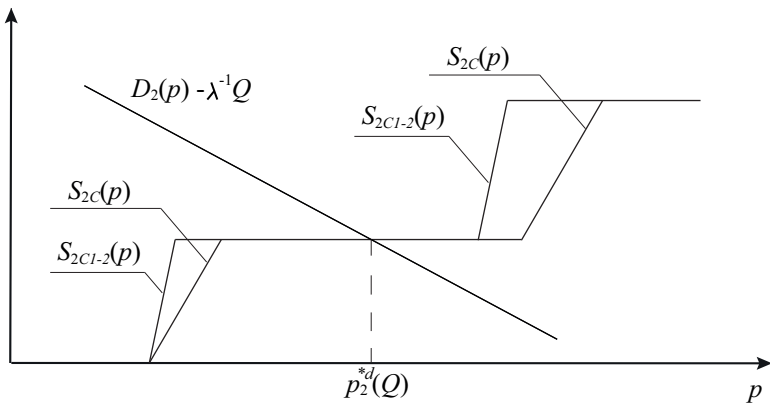
Условия баланса спроса и предложения:

$$\begin{aligned} \sum_{a \in A_1} v^{a*} &= D_1(p_1^{*d}) + Q, \\ \sum_{a \in A_2} v^{a*} &= D_2(p_2^{*d}) - \lambda^{-1}Q, \end{aligned}$$

Так как $S_{2C1-2}(p) \geq S_{2C}(p)$, то из (15) следует, что для p_2^{*d} должно выполняться соотношение

$$S_{2C1-2}(p_2^{*d}) = D_2(p_2^{*d}) - \lambda^{-1}Q = S_{2C}(p_2^{*d}).$$

Спрос и предложение на рынке 2 в равновесии типа D_{1-2}



Достаточным условием существования равновесия при любом значении Q в диапазоне $\underline{Q} \leq Q \leq \overline{Q}$ является совпадение $S_{2C1-2}(p)$ с $S_{2C}(p)$. В частности, это условие выполнено в следующих типичных случаях:

- 1) второй рынок функционирует в условиях совершенной конкуренции, функция предложения Курно для объединенного рынка и функция предложения Курно для изолированного рынка совпадают с функцией предложения Вальраса;
- 2) в диапазоне $\underline{Q} \leq Q \leq \overline{Q}$ на втором рынке нет эффективных производителей;
- 3) в диапазоне $\underline{Q} \leq Q \leq \overline{Q}$ предприятия на втором рынке работают на максимуме производственных мощностей, предлагая фиксированное количество товара.

Расчет равновесия типа D_{1-2}

Пусть второй рынок действует в условиях совершенной конкуренции. Цена $p_2^{*d}(Q)$ определяется из соотношения

$$S_{2W}(p_2^{*d}) = D_2(p_2^{*d}) - \lambda^{-1}Q.$$

При заданном Q рассмотрим задачу подключения наиболее эффективных мощностей, то есть нахождения

$\vec{v}^* = \{v^{a*}(Q), a \in A_1\}$, такого что

$$\sum_{a \in A_1} C^a(v^{a*}(Q)) = \min_{\vec{v} \in V^0} \sum_{a \in A_1} C^a(v^a),$$

$$V^0 = \{\vec{v} = \{v^a, a \in A_1\} \mid \sum_{a \in A_1} v^a = D_1(p_1^{*d}(Q)) + Q,$$

$$S_{1C}^a(p_1^{*d}(Q)) \leq v^a \leq S_{1C1-2}^a(p_1^{*d}(Q))\}.$$

Алгоритм. Шаг 1: $v^a(1) = S_{1C}^a(p_1^{*d}(Q))$ для всех $a \in A_1$. Пусть выполнен шаг t и определены $v^a(t)$, $a \in A_1$. На шаге $t + 1$ обозначим $A^{t+1} \stackrel{\text{def}}{=} \{a \in A_1 | v^a(t) < S_{C1-2}^a(p_1^{*d}(Q))\}$. Найдем производителя a_{t+1} , для которого

$$C_+^{a'_{t+1}}(v^{a_{t+1}}(t)) = \min_{a \in A^{t+1}} C_+^{a'}(v^a(t)) \stackrel{\text{def}}{=} c_{t+1}.$$

Для производителя $a = a_{t+1}$ положим $v^a(t + 1) =$

$$= \min\{V_{t+1}^a(c_{t+1}), S_{C1-2}^a(p_1^{*d}(Q)), D_1(p_1^{*d}(Q)) + Q - \sum_{a \neq a_{t+1}} v^a(t)\},$$

где V_{t+1}^a – объем производства, по достижении которого мощность с предельными издержками c_{t+1} исчерпана. Если минимум достигается на последнем аргументе, то алгоритм заканчивает свою работу. В противном случае переходим к следующему шагу.

Из приведенного алгоритма следует, что при фиксированном Q множество A_1 можно представить в таком виде $A_1 = A_C \cup A_U \cup A_V \cup \{a_T\}$, что

$$v^{a*}(Q) = \begin{cases} S_{1C}^a(p_1^{*d}(Q)), & a \in A_C, \\ S_{1C1-2}^a(p_1^{*d}(Q)), & a \in A_U, \\ V_R^a, & a \in A_V, \\ D_1(p_1^{*d}(Q)) + Q - \sum_{a \neq a_T} v^{a*}(Q), & a = a_T, \end{cases} \quad (16)$$

где V_R^a – такая точка разрыва $C^{a'}(v)$, $a \in A_V$, что выполнено соотношение $S_{1C}^a(p_1^{*d}(Q)) < V_R^a < S_{1C1-2}^a(p_1^{*d}(Q))$; a_T – производитель, который был выбран на последнем шаге T алгоритма.

Тип равновесия в зависимости от пропускной способности Q

Пусть

- ▶ p_i^{*0} – цены Курно для изолированных рынков, которые определяются из условий: $S_{iC}(p_i^{*0}) = D_i(p_i^{*0})$, $i = 1, 2$.
- ▶ $\Delta_{ij}^1(\lambda, p) \stackrel{\text{def}}{=} S_{1Ci-j}(p) - D_1(p)$ – разность функции предложения Курно первого рынка при перетоке из узла i в узел j в условиях объединенного рынка и функции спроса на первом рынке, $\Delta_{ij}^2(\lambda, p) \stackrel{\text{def}}{=} S_{2Ci-j}(p) - D_2(p)$.

Рассмотрим случай, когда $\lambda = 1$

- ▶ $\Delta_{ij}^1(1, p) = \Delta_{ji}^1(1, p) \stackrel{\text{def}}{=} \Delta^1(p); \Delta_{ij}^2(1, p) = \Delta_{ji}^2(1, p) \stackrel{\text{def}}{=} \Delta^2(p)$
- ▶ цены $\bar{p}_1$ и $\bar{p}_2$ определяются из условий: $\Delta^i(\bar{p}_i) = 0$, $i = 1, 2$

Утверждение (2.4.1)

Положим $\bar{Q} = S_{1C1-2}(p_1^{*b}) - D_1(p_1^{*b})$. Пусть $D_i(p) > 0$ и $D'_i(p)$ не возрастает при $p \in (0, M_i)$; $D_i(p) = 0$ при $p \geq M_i$, $i = 1, 2$, причем значения p_1^{*0} , p_2^{*0} , $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$, M_1 , M_2 удовлетворяют условиям $\lambda p_1^{*0} < p_2^{*0} < M_2 < M_1$, $\lambda \bar{p}_1 < \bar{p}_2$. Тогда при значениях λ , достаточно близких к единице, для любого $Q > 0$ существует не более одного равновесия, причем существует значение $\underline{Q} \in (0, \bar{Q})$, такое что при $Q \in (0, \underline{Q})$ существует равновесие типа C_{1-2} ; при $Q \in (\underline{Q}, \bar{Q})$, возможно лишь равновесие типа D_{1-2} ; если $Q > \bar{Q}$, существует равновесие типа B_{1-2} .

Общественное благосостояние в равновесии типа С

Равновесные цены $p_1(Q)$ и $p_2(Q)$ определяются из условий: $D_1(p_1) + Q = S_{1C}(p_1)$ и $D_2(p_2) - \lambda^{-1}Q = S_{2C}(p_2)$. Функция общественного благосостояния $W(Q)$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} Q & (p_2(Q)\lambda^{-1} - p_1(Q)) + \int_{p_1(Q)}^{\infty} D_1(p)dp + \int_{p_2(Q)}^{\infty} D_2(p)dp + \\ & + (p_1(Q) \sum_{a \in A_1} S_{1C}^a(p_1(Q)) - \sum_{a \in A_1} C^a(S_{1C}^a(p_2(Q)))) + \\ & + (p_2(Q) \sum_{a \in A_2} S_{2C}^a(p_2(Q)) - \sum_{a \in A_2} C^a(S_{2C}^a(p_2(Q)))). \end{aligned}$$

Пусть $\overline{A}_i(p) = \{a \in A_i | S_{iC}^a(p) = (p - C^{a'}(S_{iC}^a(p))) | D_i'(p)|\}$,

Лемма

Пусть $D_i(p) = \max\{\widehat{D}_i - d_i p, 0\}$, $i = 1, 2$, а предельные издержки кусочно-постоянны: $C^a(0) = 0$, $C^a(v) = c_k^a$ для $v \in (V_{k-1}^a, V_k^a)$, $k \in \overline{1, m_a}$, $V_0^a = 0$, $V_{m_a}^a = V^a$. Тогда при $Q \in (0, \underline{Q})$ всюду, за исключением точек разрыва функции $S_{iC}^{a'}(p_i(Q))$, справедливо

$$\begin{aligned} W'(Q) = & p_2(Q)\lambda^{-1} - p_1(Q) + \\ & + \frac{1}{d_1(|A_1(p_1(Q))| + 1)} \cdot \sum_{a \in \overline{A_1(p_1(Q))}} S_{1C}^a(p_1(Q)) - \\ & - \frac{\lambda^{-1}}{d_2(|A_2(p_2(Q))| + 1)} \cdot \sum_{a \in \overline{A_2(p_2(Q))}} S_{2C}^a(p_2(Q)). \end{aligned}$$

Пусть цена $\widehat{p}_1^{*c}$ определяется из условия
 $S_{1C}(\widehat{p}_1^{*c}) + \lambda S_{2C}(\lambda \widehat{p}_1^{*c}) \ni D_1(\widehat{p}_1^{*c}) + \lambda D_2(\lambda \widehat{p}_1^{*c})$.

Рассмотрим точки излома функций предложения Курно для i -ого рынка: $V_l^a/d_i + c_l^a$, $l = \overline{1, m_a}$ и $V_j^a/d_j + c_{j+1}^a$, $j = \overline{1, m_{a-1}}$, $a \in A_i$. Пусть T_1 – множество, включающее p_1^{*0} , $\widehat{p}_1^{*c}$ и все точки изломов функций $S_{1C}^a(p)$, $a \in A_1$, которые больше p_1^{*0} и меньше $\widehat{p}_1^{*c}$; аналогично T_2 – множество, включающее p_2^{*0} , $\lambda \widehat{p}_1^{*c}$ и все точки изломов функций $S_{2C}^a(p)$, $a \in A_2$, которые больше $\lambda \widehat{p}_1^{*c}$ и меньше p_2^{*0} . Обозначим $s_i \stackrel{\text{def}}{=} |T_i|$. Упорядочим элементы $t_{f_i}^i$ множества T_i , $f_i = \overline{1, s_i}$ в порядке возрастания. При $p_i \in (t_{f_i}^i, t_{f_i+1}^i)$, $f_i = \overline{1, s_i - 1}$ множество $\overline{A_i}(p_i)$, $i = 1, 2$ неизменно и для $a \in \overline{A_i}$ существует такое r_a , что $S_{iC}^a(p) = d_i(p - c_{r_a}^a)$. Обозначим $W^a \stackrel{\text{def}}{=} S_{iC}^a(p)$ для $a \notin \overline{A_i}$; $k_f^i \stackrel{\text{def}}{=} |\overline{A_i}|$, $g_{f_i}^i \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{a \in \overline{A_i}} d_i c_{r_a}^a$, $b_{f_i}^i \stackrel{\text{def}}{=} g_{f_i}^i - \sum_{a \in A_i \setminus \overline{A_i}} W^a$, $Q_{f_i}^1 \stackrel{\text{def}}{=} S_{1C}(t_{f_i}^1) - D_1(t_{f_i}^1)$, $Q_{f_i}^2 \stackrel{\text{def}}{=} \lambda(D_2(t_{f_i}^2) - S_{2C}(t_{f_i}^2))$. Рассмотрим множество SQ , состоящее из всех точек $Q_{f_i}^i$, $f_i = \overline{1, s_i - 1}$, $i = 1, 2$. Элементы этого множества Q_j упорядочим в порядке возрастания.

Утверждение (2.5.1)

Функция $W(Q)$ вогнута на каждом из промежутков

$Q_j < Q < Q_{j+1}$, $j = \overline{1, |SQ|}$ (тип C).

Если при $Q \in (Q_j, Q_{j+1})$, $j = \overline{1, |SQ|}$ существует решение Q^{Lj} уравнения

$$\frac{\widehat{D}_2 - \lambda^{-1}Q + b_{f_2}^2 + g_r^2(k_{f_2}^2 + 1)}{\lambda d_2(k_{f_2}^2 + 1)^2} - \frac{\widehat{D}_1 + Q + b_{f_1}^1 + g_r^1(k_{f_1}^1 + 1)}{d_1(k_{f_1}^1 + 1)^2} =$$

$= c'_v(Q)$, где $f_1 \in \overline{1, s_1 - 1}$ и $f_2 \in \overline{1, s_2 - 1}$ такие, что

$Q_{f_1}^1 < Q < Q_{f_1+1}^1$ и $Q_{f_2+1}^2 < Q < Q_{f_2}^2$, то Q^{Lj} является точкой локального максимума функции полного общественного благосостояния.

Утверждение (2.5.2)

При $Q > \overline{Q}$ (тип B) функция полного общественного благосостояния $TW(Q)$ убывает, оптимальное значение пропускной способности $Q^* < \overline{Q}$.

Общественное благосостояние в равновесии типа D_{1-2}

Пусть второй рынок функционирует в условиях совершенной конкуренции. Цена $p_2^{*d}(Q)$ определяется из соотношения $S_{2W}(p_2^{*d}) = D_2(p_2^{*d}) - \lambda^{-1}Q$. Учитывая, что $\lambda p_1^{*d} = p_2^{*d}$ и прибыль транспортной компании равна нулю,

$$W(Q) = \int_{\lambda^{-1}p_2^{*d}(Q)}^{\infty} D_1(p)dp + \lambda^{-1}p_2^{*d}(Q)(D_1(\lambda^{-1}p_2^{*d}(Q)) + Q) - \\ - \sum_{a \in A_1} (C^a(v^{a*}(Q))) + \int_{p_2^{*d}(Q)}^{\infty} D_2(p)dp + \int_0^{p_2^{*d}(Q)} S_{2W}(p)dp,$$

где $v^{a*}(Q)$ определяются согласно (16).

Разобьем интервал $(\underline{Q}, \overline{Q})$ на промежутки, на каждом из которых функции $D_2'(p_2^{*d}(Q))$, $S_{2W}'(p_2^{*d}(Q))$, $D_1'(p_1^{*d}(Q))$, $S_{1C}^a'(p_1^{*d}(Q))$, $S_{1C1-2}^a'(p_1^{*d}(Q))$, $C^{a'}(v^{a*}(Q))$ непрерывны.

Дополним множество точек разбиения $(\underline{Q}, \overline{Q})$ точками, в которых $v^{aT*}(Q) = S_{1C1-2}^a(p_1^{*d}(Q))$ либо $v^{aT*}(Q) = V_R^{aT}$.

Полученное множество обозначим $Z = \{z_m\}$, $m = \overline{1, |Z|}$.

На каждом из промежутков $Q \in (z_m, z_{m+1})$ разбиение множества A_1 на A_C , A_U , A_V и $\{a_T\}$ (см. (16)) не меняется.

Пусть функции спроса линейны: $D_i(p) = \overline{D}_i - d_i p$, $i = 1, 2$.

Предельные затраты производителей кусочно-постоянны. Тогда при $Q \in (z_m, z_{m+1})$, $m = \overline{1, |Z| - 1}$

$$C^{a'}(v^{a*}(Q)) = c_{Cm}^a, \quad a \in A_C;$$

$$C^{a'}(v^{a*}(Q)) = c_{Um}^a, \quad a \in A_U;$$

Пусть $\overline{A}_C(p) \stackrel{\text{def}}{=} \{a \in A_C | S_{1C}^a(p) = (p - C^{a'}(S_{1C}^a(p)) | D_1'(p) |)\}$
 $\overline{A}_U(p) \stackrel{\text{def}}{=} \{a \in A_U | S_{1C1-2}^a(p) =$
 $(p - C^{a'}(S_{1C1-2}^a(p)) | D_1'(p) + \lambda^2 D_2'(\lambda p) |)\}.$

На каждом из промежутков $Q \in (z_m, z_{m+1})$, $m = \overline{1, |Z| - 1}$ множества $\overline{A}_C(p_1^{*d}(Q))$ и $\overline{A}_U(p_1^{*d}(Q))$ неизменны.

Утверждение 2.5.4

Если при $Q \in (z_m, z_{m+1})$ $S_{2W}(p_2^{*d}(Q))$ представляет собой константу s_m и существует принадлежащее этому промежутку решение Q^{Lk} уравнения

$$\begin{aligned} & (\lambda^{-1} p_2^{*d}(Q) - c_m^{ad} + \sum_{a \in \overline{A_{Um}}} (c_{Um}^a - c_m^{aT})) \left(\frac{d_1}{\lambda^2 d_2} + 1 \right) + \\ & + \sum_{a \in \overline{A_{Cm}}} (c_{Cm}^a - c_m^{aT}) \frac{d_1}{\lambda^2 d_2} = c'_v(Q), \end{aligned} \quad (17)$$

где $p_2^{*d}(Q) = (\overline{D_2} - s_m - \lambda^{-1}Q)/d_2$, то Q^{Lk} является точкой локального максимума функции полного общественного благосостояния. В противном случае точкой локального максимума является граничная точка промежутка.

Если же при $Q \in (z_m, z_{m+1})$ происходит скачок $S_{2W}(p_2^{*d}(Q))$ и существует решение Q^{Lk} уравнения

$$\lambda^{-1} p_2^{*d}(Q) - c_m^{aT} = c'_v(Q),$$

принадлежащее этому промежутку, то Q^{Lk} является точкой локального максимума функции полного общественного благосостояния. В противном случае точкой локального максимума является граничная точка промежутка.

Рынок-цепочка в условиях олигополии Курно

$$\sum_{A_1} v^a = D_1(p_1) + \alpha_{12}^1 q_{12},$$

$$\sum_{A_i} v^a = D_i(p_i) - \alpha_{(i-1)i}^i q_{(i-1)i} + \alpha_{i(i+1)}^i q_{i(i+1)}, \quad \dots,$$

$$\sum_{A_n} v^a = D_n(p_n) - \alpha_{(n-1)n}^n q_{(n-1)n},$$

$$|q_{ii+1}| \leq Q_{ii+1},$$

если $q_{ii+1} > 0$, то $\alpha_{i(i+1)}^i = 1$ и $\alpha_{i(i+1)}^{i+1} = 1 - k_{ii+1}$,

если $q_{ii+1} < 0$, то $\alpha_{i(i+1)}^i = 1 - k_{ii+1}$ и $\alpha_{i(i+1)}^{i+1} = 1$,

если $p_i < (1 - k_{ii+1})p_{i+1}$, то $q_{ii+1} = Q_{ii+1}$,

если $(1 - k_{ii+1})p_i > p_{i+1}$, то $q_{ii+1} = -Q_{ii+1}$,

если $1 - k_{ij} < \frac{p_i}{p_{i+1}} < (1 - k_{ij})^{-1}$, то $q_{ii+1} = 0$.

Условия первого порядка для производителей на первом рынке

Пусть $Q_{ii+1} = \infty$, $i = 1, \dots, n-1$,

$\beta_1 := 1$, $\beta_2 := \frac{\alpha_{12}^1}{\alpha_{12}^2}, \dots, \beta_i := \frac{\alpha_{12}^1}{\alpha_{12}^2} \cdot \frac{\alpha_{23}^2}{\alpha_{23}^3} \dots \frac{\alpha_{(i-1)i}^{i-1}}{\alpha_{(i-1)i}^i}$, $i = \overline{3, n}$. Тогда

для узловых цен p_i^* справедливо: $p_i^* = \beta_i^1 p_1^*$, $i = \overline{1, n}$. Из уравнений балансов получим

$$\begin{aligned} \beta_1^1 \sum_{A_1} v^a + \beta_2^1 \sum_{A_2} v^a + \dots + \beta_n^1 \sum_{A_n} v^a = \\ = \beta_1^1 D_1(p_1) + \beta_2^1 D_2(p_2) + \dots + \beta_n^1 D_n(p_n). \end{aligned} \quad (18)$$

Условия первого порядка для $a \in A_1$ принимают вид

$$v^{a*} \in (p_1^* - C^{a'}(v^{a*})) | D_1'(p_1^*) + (\beta_2^1)^2 D_2'(X_2^1 p_1^*) \dots + (\beta_n^1)^2 D_n'(X_n^1 p_1^*) |,$$

$$\text{если } C^{a'}(0) < p_1^*;$$

$$v^{a*} = 0, \quad \text{если } C^{a'}(0) \geq p_1^*.$$

Условия первого порядка для производителей на рынке m

Пусть $\beta_i^m := \frac{\beta_i^{m-1}}{\beta_m^{m-1}}$. Тогда $p_i = \beta_i^m p_m$, $i = \overline{1, n}$, и спрос для производителей $a \in A_m$ составляет

$$\begin{aligned} & \beta_1^m (D_1(\beta_1^m p_m) - \sum_{A_1} v^a) + \beta_2^m (D_2(\beta_2^m p_m) - \sum_{A_2} v^a) + \dots \\ & + D_m(p_m) - \sum_{A_m} v^a + \dots + \beta_n^m (D_n(\beta_n^m p_m) - \sum_{A_n} v^a). \end{aligned}$$

Условия первого порядка для $a \in A_m$ принимают вид

$$\begin{aligned} v^{a*} \in & \left(\frac{p_1^*}{\beta_1^m} - C^{a'}(v^{a*}) \right) |(\beta_1^m)^2 D'_1(p_1^*) + (\beta_2^m)^2 D'_2(\frac{\beta_2^m}{\beta_1^m} p_1^*) + \\ & + \dots + D'_m(\frac{p_1^*}{\beta_1^m}) + \dots + (\beta_n^m)^2 D'_n(\frac{\beta_n^m}{\beta_1^m} p_1^*)|, \quad \text{если} \quad C^{a'}(0) < p_m^*; \\ v^{a*} = & 0, \quad \text{если} \quad C^{a'}(0) \geq p_m^*. \end{aligned}$$

Расчет цен для рынка с последовательным соединением узлов в условиях олигополии

Обозначим $S_{CU}^{ia}(p)$ отображение, определяемое из условия первого порядка для $a \in A_i$; $S_{CU}^i(p) = \sum_{a \in A_i} S_{CU}^{ia}(p)$. Тогда равновесная цена p_1^* определяется из соотношения

$$\begin{aligned} S_{CU}^1(p_1^*) + \beta_2^1 S_{CU}^2(\beta_2^1 p_1^*) + \dots + \beta_n^1 S_{CU}^n(\beta_n^1 p_1^*) = \\ = D_1(p_1^*) + \beta_2^1 D_2(\beta_2^1 p_1^*) + \dots + \beta_n^1 D_n(\beta_n^1 p_1^*). \end{aligned}$$

Цены p_i^* , $i = \overline{1, n}$, определяются $p_i^* = \beta_i^1 p_1^*$, $i = \overline{1, n}$.

Равновесие Курно с неактивными ограничениями пропускной способности

Определим пороговые значения $\tilde{q}_{ii+1}^C(\vec{k})$, $i = \overline{1, n-1}$ по аналогии со случаем конкурентного равновесия с неактивными ограничениями пропускной способности с заменой $\Delta S_i(p)$ на $S_{CU}^i(p) - D_i(p)$.

Утверждение (3.4.1)

Если пропускные способности достаточно велики, то есть $Q_{ii+1} > |\tilde{q}_{ii+1}^C(\vec{k})|$, $i = \overline{1, n-1}$, а коэффициенты потерь достаточно малы, то структура потоков в равновесии Курно будет такая же, как при $Q_{ii+1} = \infty$, $i = \overline{1, \dots, n-1}$ и $k_{ii+1} = 0$.

Литература:

1. Васин А. А., Дайлова Е. А. Анализ краткосрочной эффективности механизмов оптового рынка электроэнергии // Журнал Новой экономической ассоциации. — 2013. — № 2(18). — С. 35–60.
2. Васин А. А., Дайлова Е. А. Об оптимальной пропускной способности системы перемещения товара на двухузловом рынке // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. — 2014. — № 3. — С. 40–45.
3. Daylova E., Vasin A. Determination of transmission capacity for a two-node market // Procedia Computer Science. 2nd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2014. — Vol. 31. — P. 151–157.
4. Давидсон М. Р. и др.: Математическая модель конкурентного оптового рынка электроэнергии в России // Известия Академии Наук. Теория и системы управления. № 3. 2004. С. 72–83.
5. Hogan W. Competitive electricity market design: a wholesale primer // Harvard University, WP, 1998.
6. Vasin A. Vagina P. Electricity markets analysis and design // Working Paper 2006/053. Moscow, New Economic School.